

DO MOVIMENTO
LÓGICO E HISTÓRICO À
ORGANIZAÇÃO DO ENSINO

O PERCURSO
DOS CONCEITOS
ALGÉBRICOS

◆ série educação matemática ◆

Conselho Editorial

Arlete de Jesus Brito – Departamento de Educação, Unesp/Rio Claro

Diane Lucchesi de Carvalho – Faculdade de Educação, Unicamp

Rosana Giaretta Sguerra Miskulin – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Unesp/Rio Claro

Vinício de Macedo Santos – Faculdade de Educação, USP

MARIA DO CARMO DE SOUSA
MARIA LUCIA PANOSSIAN
WELLINGTON LIMA CEDRO

DO MOVIMENTO
LÓGICO E HISTÓRICO À
ORGANIZAÇÃO DO ENSINO

O PERCURSO
DOS CONCEITOS
ALGÉBRICOS



MERCADO®
LETRAS

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Sousa, Maria do Carmo de

Do movimento lógico e histórico à organização do ensino : o percurso dos conceitos algébricos / Maria do Carmo de Sousa, Maria Lucia Panossian, Wellington Lima Cedro. – Campinas, SP : Mercado de Letras, 2014. – (*Série Educação Matemática*)

Bibliografia.

ISBN 978-85-7591-334-5

1. Álgebra - Estudo e ensino 2. Matemática – Estudo e ensino
3. Prática de ensino 4. Professores – Formação profissional 5.
Sala de aula – Direção I. Panossian, Maria Lucia. II. Cedro,
Wellington Lima. III. Título. IV. Série.

14-11003

CDD-370.71

Índices para catálogo sistemático:

1. Álgebra : Professores de matemática :
Formação profissional : Educação 370.71

capa e gerência editorial: Vande Rotta Gomide
preparação dos originais: Editora Mercado de Letras

DIREITOS RESERVADOS PARA A LÍNGUA PORTUGUESA:

© MERCADO DE LETRAS®

V.R. GOMIDE ME

Rua João da Cruz e Souza, 53

Telefax: (19) 3241-7514 – CEP 13070-116

Campinas SP Brasil

www.mercado-de-letras.com.br

livros@mercado-de-letras.com.br

1ª edição

NOVEMBRO/2014

IMPRESSÃO DIGITAL

IMPRESSO NO BRASIL

Esta obra está protegida pela Lei 9610/98.
É proibida sua reprodução parcial ou total
sem a autorização prévia do Editor. O infrator
estará sujeito às penalidades previstas na Lei.

SUMÁRIO

Prefácio	
CONCEITOS ALGÉBRICOS: DO MOVIMENTO LÓGICO-HISTÓRICO À ORGANIZAÇÃO DO ENSINO	7
<i>Manoel Oriosvaldo de Moura</i>	
Introdução	
A MATEMÁTICA E O DESENVOLVIMENTO HUMANO.	13
1. CONCEPÇÕES DE ÁLGEBRA E DE SEU ENSINO: UM PANORAMA.	21
2. QUAL É O PROBLEMA COM O ENSINO DA ÁLGEBRA?.	45
3 O MOVIMENTO LÓGICO E HISTÓRICO DOS CONCEITOS ALGÉBRICOS: QUESTÕES FILOSÓFICAS E EPISTEMOLÓGICAS	85

4. O LÓGICO-HISTÓRICO NAS ATIVIDADES DE ENSINO.....	145
5. DANDO MOVIMENTO AO ENSINO DA ÁLGEBRA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: CONSIDERAÇÕES FINAIS	169
REFERÊNCIAS.....	173

Prefácio
CONCEITOS ALGÉBRICOS:
DO MOVIMENTO LÓGICO-HISTÓRICO
À ORGANIZAÇÃO DO ENSINO

Ter nas mãos mais um livro é o segundo ato de quem se vê impelido a melhor conhecê-lo. O primeiro foi certamente o olhar sobre o título. A síntese que ele representa para quem o ler é que determina o primeiro impulso do leitor que até aquele momento movia-se pelo simples gosto e talvez vício, de se deliciar pela busca de leituras que possam dar-lhe o prazer de ler o que os outros escreveram. O título é este convite a um começo de cumplicidade com quem se sente impelido a melhor conhecer aquele que ou por prazer ou por necessidade se viu impelido a querer se comunicar com outros em busca de melhor se fazer compreender ou, quem sabe, de se manter o desafio de ir se aprimorando no seu modo de ler e expressar o mundo ao testar-se na exposição da crítica.

Quando recebi os escritos que gentilmente me presentearam para que lesse e fizesse um prefácio tive a mesma sensação do leitor curioso diante de estantes de livros a procurar respostas inquietantes de leitores ávidos por leituras de livros

a espera de quem os ache, os pegue e os leve para serem compartilhados em verdades que se movimentam de escritor a leitor e que potencialmente poderão encontrar neste um modo de fazê-lo novo dado a qualidade de pessoa que se tornará pelo novo que aprendeu.

Destaco este aspecto da relação do leitor com o livro para deixar claro a minha condição de leitor e que aqui se expõe em condição prefaciador, ou apresentador do que ler. O faço seguindo dois parâmetros: o primeiro é aquele que me define como sujeito que sou pela impregnação da cultura vivenciada e apropriada que me forjou como pessoa. O segundo e que é parte marcante do primeiro, é a minha história de professor de matemática e professor de quem estuda para ser professor. É nesta última condição que me senti mobilizado para a leitura deste livro do qual vos falo.

Por quê mais um livro que trata do ensino de matemática? E por quê um específico para o ensino de álgebra? São estas perguntas que me mobilizam para uma reflexão sobre o potencial do livro. E vejo isto nos seguintes aspectos: os seus autores são professores que têm experiência com diferentes níveis de ensino de matemática; são formadores de outros professores que têm como objeto o ensino de matemática, na escola básica e no ensino superior; têm formação referenciada em bons centros de referência de ensino e pesquisa. Faço esta observação seguindo um pouco o roteiro do leitor que vai à orelha do livro para saber sobre seus autores para avaliar o potencial de impacto que a sua escrita poderá ter sobre mim. No meu caso tem uma diferença fundamental: os conheço pessoalmente e tive parte da minha história misturada a deles. Fomos criando cumplicidade no nosso modo de fazer a vida. Desse modo tenho uma melhor compreensão sobre o modo deles criarem suas respostas sobre

as inquietações que compartilham. De certo modo elas também são minhas.

O ponto fundamental que nos une é a convicção que fomos criando juntos sobre o papel da educação escolar: o de que ensinar é, sobretudo, dar sentido ao que deve ser aprendido. E aprender um conceito é apropriar-se de um instrumento cognitivo e do modo de usá-lo. Esta afirmação que parece tão simples encerra uma história de certezas e de negações do que parecia certo. Aprendizado sobre os processos humanos de construir as suas verdades referenciadas nos seus fazeres e nos fazeres dos outros que nos acolhe e nos insere nas coletividades para que nelas possamos entrar no movimento contínuo do humanizar-se. Sim, o acolhimento na comunidade não deveria ter outro papel que não o de possibilitar que os sujeitos se apropriem dos bens culturais já produzidos e que ao lidar com eles adquiram também o modo de se fazer humano.

A Educação Matemática, que é objeto central do livro em pauta, transforma-se no desenrolar de sua tessitura em educar com a matemática. E por que? Porque o modo como os conceitos vão sendo expostos vai ficando evidente o modo humano de fazer esses conceitos. Os ensinamentos de Bento de Jesus Caraça sobre o movimento histórico dos conceitos e seus processos de sistematização para permitir a universalização da cultura humana se coadunam com os preceitos vigotskianos e leontievianos sobre o modo humano de apropriação do conhecimento.

De Vygotsky os autores nos trazem a impregnação dos seus ensinamentos revelados no modo como defendem os processos de ensino e aprendizagem. Fica evidente que o tratamento dos conceitos da álgebra só poderiam ser sustentados tendo por base o movimento histórico que vai lhe constituindo como processo de abstração constante que tange o homem rumo a generalização em que o signo tem papel fundamental. Este

processo histórico foi entendido e revelado mais especificamente por Leontiev ao nos mostrar de que modo o homem constrói significados nas atividades motivadas por alguma necessidade. A história do conceito, tão presente neste livro, nada mais é do que a aprendizagem dos autores sobre os processos de significação dos atos humanos no seu movimento de produzirem a vida e de nesse processo partilharem aprendizagens que foram se fixando nos objetos e nas palavras que hoje nos permitem continuar a produzi-la em patamares de conhecimento cada vez mais complexos e multifacetados.

É a compreensão do conceito como movimento histórico que é produto da solução de problemas advindos de necessidades surgidas nas lidas humanas e de que ao fazer o homem também se faz, como já nos ensinara Marx, que orquestra e dá unidade ao livro proposto. O par lógico-histórico é a síntese advinda de Kopnin ao defender a indissociabilidade entre o histórico e o lógico, pois seria impossível uma lógica desprovida do fazer objetivo do homem.

Ao tomarem o par lógico-histórico do conceito como norteador da análise sobre os processos de ensino e aprendizagem da álgebra os autores procuram nos colocar em sintonia sobre o que defendem como sendo o modo de conceber e fazer o ensino da álgebra. A ênfase nos processos históricos como sendo o modo de compreender a significação dos conceitos algébricos nos dão o norte sobre o modo de apropriação dos seus significados seguindo os preceitos vigotskianos e leontievianos sobre os significados dos conceitos na relação entre ensinar e aprender.

Fica evidente que o ensinar é ato consciente do educador que assume para si de forma intencional o papel de organizador de situações de ensino que possibilitem a apropriação de conceitos de modo que estes sejam ferramentas simbólicas capazes de munir os sujeitos de instrumentos e modo de usá-los para aprimorar cada vez mais os seus processos de construção

da vida. Estes processos, se compreendidos como constante aprimoramento da humanidade, não têm fim.

O par lógico-histórico muda para par histórico-lógico nas ações de ensinar. O ato do educador é o de apreensão do movimento histórico do conceito para daí retirar o que considera como sendo relevante para ser sistematizado na escola como conteúdo de ensino. É por isto que a história do conceito deve ser vista não como ilustradora do que deve ser ensinado. Ela é o verdadeiro balizador das atividades educativas. Os conceitos são sínteses produzidas na história humana, já nos dizia Vygotsky. Este ensinamento nos dá o norte do ensino, da organização curricular, da organização das atividades de ensino.

A organização das atividades de ensino que os autores nos apresentam são reveladores do quanto concretizam o que defendem como fundamento teórico de suas compreensões sobre o desenvolvimento da álgebra. Também revelam como compreendem os processos humanos de apropriação dos conceitos. Os problemas de aprendizagem são potencialmente mobilizadores dos sujeitos para coloca-los em atividade de estudo seguindo os pressupostos Davidovianos sobre os modos de organização do ensino numa perspectiva histórico-cultural. A história, o jogo e seu potencial lúdico e desencadeador da busca de significado das ações desenvolvidas pelos sujeitos que participam das atividades de ensino e aprendizagem, invertem o par lógico-histórico nas ações de ensino para o histórico-lógico por ser este o modo de organizar o ensino como o professor que toma consciência dos objetos e dos instrumentos que os realizarão como sujeitos plenos de consciência dos seus atos. Nesse sentido digo que o livro é sobre educação matemática, mas é mais que isto: é exemplo de que se educa com a matemática.

Manoel Oriosvaldo de Moura

Introdução

A MATEMÁTICA E O DESENVOLVIMENTO HUMANO

A procura incansável pelo controle da natureza, do poder, do capital, das quantidades etc., faz parte da condição humana. A necessidade constante de manter esse controle sobre as condições da realidade objetiva faz com que os indivíduos se organizem e criem seus próprios modos de ação sobre essa realidade. Consequentemente, produzem conhecimento e desenvolvimento, gerando experiências que vão sendo acumuladas historicamente.

A manutenção desses modos de ação requer um tipo de educação intencional que possibilite à sociedade uma fonte de recursos humanos capazes de promover os avanços considerados necessários para o desenvolvimento social, cultural, econômico etc. A educação intencional ou propositada surge, portanto, como um elemento para equilibrar conteúdos e métodos de ensino com os desejos impostos pelo constante movimento de controle do meio, criação e manutenção de modos de produção e desenvolvimento de grande parte da humanidade.

Esse movimento constante faz com que questões relacionadas ao *o que, quando e como ensinar* estejam sempre presentes nas pautas de discussão da educação, considerada sempre intencional. Contudo, as respostas a essas questões dependem das condições objetivas em um dado momento histórico da sociedade.

Por exemplo, com o período de desenvolvimento industrial, iniciado no século XIX, a educação pautou-se na aprendizagem do saber fazer, ou seja, no desenvolvimento máximo da educação de treinamento que era voltada para a manipulação das máquinas. Esse modelo educacional praticava, portanto, uma educação treinadora, uma educação ‘bancária’ - utilizando os termos da Pedagogia de Paulo Freire -, voltada para uma realidade industrial, uma realidade que requeria máquinas humanas operadoras de algoritmos (Lima 1998).

E atualmente, em pleno século XXI, quais são as demandas relacionadas ao ensino e à aprendizagem? Não podemos desconsiderar que estas demandas estão vinculadas às necessidades e aos motivos das mais variadas ordens, que põem em constante movimento a educação.

Nesse sentido, vale a pena ressaltar que a história tem-nos mostrado que, praticamente, todos os sujeitos, em vários momentos, têm como objetivo conseguir condições de vida adequadas para a sua existência. Algumas condições que encontramos atualmente mantêm o ser humano vivendo um misto de sentimentos de desencanto e desilusões referentes, por exemplo, à persistência das desigualdades no desenvolvimento mundial; às tensões vividas tanto entre nações como entre grupos étnicos; à necessidade de se aprender a viver na chamada ‘aldeia global’; os avanços tecnológicos etc.

Apesar desses sentimentos de desencanto ou em virtude deles, a educação é chamada a desempenhar papel preponderante para a construção de um mundo melhor, pautado no desenvolvimento sustentável dos homens, na compreensão mútua entre os povos e numa vivência concreta e renovada da democracia.

Essa demanda no século XXI faz com que se apresente um novo motivo para a educação e, portanto, uma nova atividade educativa, pedagógica. Essa nova organização exige também mudanças de concepção de educação e, por consequência, do modelo de ciência adotado. E aqui valem as recomendações de Caraça (1951 [2002]), de que devemos deixar de olhar a ciência como uma coisa criada, com um aspecto todo harmonioso, no qual não há contradições, dúvidas, hesitações. Para ele (1951 [2002, p. xxiii, grifo do autor]), devemos conceber a ciência “como um *organismo vivo*, impregnado de *condição humana*, com as suas forças e as suas fraquezas e subordinado às grandes necessidades do homem na sua luta pelo *entendimento* e pela *libertação*”, em outras palavras, “como um grande capítulo da vida humana social”.

É assim com a ciência Matemática. Concebida como um conhecimento acumulado pela experiência da humanidade, também passa por momentos de dúvidas e incertezas, momentos de força e de fraqueza. São muitos os produtos originados dessa forma de conhecimento, conceitos formados e descartados, conceitos elaborados e reelaborados. A Matemática, na condição de conhecimento científico, tem imensas contribuições para o processo de avanço do desenvolvimento da humanidade.

Podemos nos perguntar, neste momento: No processo de formação do sujeito, do indivíduo, que papel a Matemática vem desempenhando?

A Matemática é reconhecida como um dos conhecimentos imprescindíveis na formação geral do indivíduo. O National Council of Teachers of Mathematics (Nctm 2000, p. 5) postulou o seguinte nas suas normas: “Neste mundo em movimento, aqueles que compreendem e podem fazer Matemática terão aumentado significativamente as suas oportunidades e opções para planejar seus futuros”.¹ D’Ambrosio (1996) aponta que a Matemática deve ser considerada como um fator de progresso social, de libertação individual e política, cujo foco central é o processo de criação de ideias. Mas não um processo isolado, vazio, e sim um processo dinâmico que tem fundamento no desenvolvimento histórico do conceito. Para ressaltar a relevância do ensino da Matemática no movimento histórico da sociedade, basta lembrarmos que o desenvolvimento do pensamento matemático, em particular da linguagem matemática, possibilitou a construção dos primeiros instrumentos modernos, isto é, das primeiras máquinas modernas.

Contudo, apesar de grande parte das propostas curriculares sugerirem que o ensino da Matemática possibilite o desenvolvimento dos sujeitos em toda a sua dimensão, o que encontramos em muitas escolas é uma aprendizagem dos conhecimentos matemáticos que se restringe à manipulação algorítmica, ao estudo das regras operacionais. A Matemática é concebida somente como uma forma de oferecer uma instrumentação técnica (Moises 1999). Isso contribui para o ‘encapsulamento’ da aprendizagem escolar, que é a dissociação entre o ensino escolar e a vida fora da escola.

Elkonin (*apud* Davydov 1986[1988, p. 19, grifo do autor]) afirma que “o ensino libera seu papel principal no desenvolvimento mental primariamente através do *conteúdo*

1. Todas as citações das obras em língua estrangeira foram traduzidas pelos autores desta obra.

do conhecimento a ser assimilado”. E novamente nos vemos diante das perguntas, *o que ensinar; como ensinar; quando ensinar*. Ainda que não questionemos o fato de o conhecimento matemático se manter presente em nossas escolas, é necessário constantemente rever que conceitos matemáticos são essenciais, e podem então ser transformados em conteúdos escolares que objetivam o desenvolvimento do indivíduo tendo em vista a humanização.

Além disso, é importante considerar que o mesmo objeto de conhecimento pode ser captado como conhecimento empírico (se forem analisadas suas características externas, na condição de realidade autônoma fora de um sistema) ou como conhecimento teórico (se o objeto for analisado em sua concretude, aqui considerada como o conhecimento mais profundo e substancial dos fenômenos da realidade) (Kopnin 1961[1978]).

E assim é também com o conhecimento matemático. Se o ensino se caracterizar pelo empirismo, os avanços limitar-se-ão a promover nos sujeitos o reconhecimento de características externas, visíveis, palpáveis, a memorização de regras, técnicas e algoritmos. São avanços importantes, mas, se considerarmos que é função da escola o ensino de conhecimentos científicos, a partir das formas de pensamento, generalização e abstração teórica, temos ainda um longo caminho a percorrer.

Nessa perspectiva, não é de se estranhar que a álgebra, conhecimento científico teórico, um dos grandes ramos da Matemática, seja um dos maiores empecilhos para que nossos jovens passem pela escola sem reprovações ou sem dificuldades na compreensão das ideias Matemáticas, ou seja, constitua-se como uma das fontes principais da alienação dos estudantes perante o processo de aprendizagem da Matemática, uma vez que parece estar completamente dissociada da prática social.

Os conceitos algébricos, na condição de conceitos científicos, no dizer de Vigotski (1934[2001]), têm uma linha de desenvolvimento diferente dos conceitos espontâneos. Dificilmente serão apropriados pelas vias de formação do pensamento empírico, pois não se sustentam em características visíveis e palpáveis. É necessário compreender os conceitos algébricos dentro de um sistema de conceitos inter-relacionados atribuindo significado aos seus símbolos, compreendendo os processos de generalização realizados.

Ao analisarmos as formas de ensino da álgebra, percebemos que há uma insuficiência das atuais práticas de ensino, apontada em vários trabalhos, que geram uma série de dificuldades para a aprendizagem da álgebra. Essas dificuldades perpassam situações vinculadas à notação (Fillooy 1987; Gallardo e Rojano 1987; Kirshner 1987; Pereira-Mendoza 1987; Becker 1988; Gallardo e Rojano 1988; Herscovics 1989), à compreensão insuficiente da aritmética (Kieran 1981; Booth 1989); a erros relacionados à manipulação algébrica (Lewis 1981; Matz 1982; Sleeman 1986; McArthur, Stasz e Zmunidzinas 1990), à compreensão do conceito de variável (Wagner 1981), à leitura de expressões algébricas (Wenger 1987), à iniciação à álgebra (Booth 1988[1995]), ao conceito de função (Markovits, Eylon e Bruckheimer 1988[1995]) e outras mais.

Desse modo, apesar do reconhecimento da essencialidade do papel que a álgebra e a Matemática têm para o desenvolvimento psicológico dos sujeitos, essa situação não tem sido suficiente para a organização de uma educação algébrica adequada. Portanto, um grande desafio surge para todos aqueles envolvidos com o ensino da álgebra e, conseqüentemente, da Matemática, é o de promover a ressignificação dos conhecimentos algébricos. Somente assim, nós conseguiremos tornar novamente a álgebra uma disciplina que tenha relevância para os estudantes e também

possamos permitir que eles mesmos possam perceber a sua importância.

Com o objetivo de trazer elementos que caminhem em busca da superação desse desafio, neste livro nos propomos a compreender algumas das concepções de álgebra e de seu ensino que se apresentam (Capítulo 1) e contribuir com a discussão sobre qual é o problema com o ensino de álgebra, considerando o processo empírico e teórico do pensamento e a formação de conceitos (Capítulo 2); tendo como base os estudos do movimento lógico e histórico dos conceitos algébricos, bem como seus nexos conceituais (Capítulo 3). Procuraremos fundamentar algumas implicações para o ensino e conseqüentemente para a formação psíquica dos estudantes (Capítulo 4) e finalizaremos com a apresentação e discussão de algumas atividades orientadoras de ensino de álgebra fundamentadas na teoria histórico-cultural (Capítulo 5).

Vale a pena ressaltar que as reflexões propostas neste livro, bem como as atividades apresentadas, fizeram parte dos nossos trabalhos acadêmicos, defendidos na forma de Dissertação de Mestrado (Cedro 2004; Panossian 2010) e Tese de Doutorado (Sousa, 2004). As atividades que constam no último capítulo já frequentam as salas de aula há algum tempo e, constantemente, estão sendo reelaboradas, na medida em que refletimos sobre elas com os professores e futuros professores da Educação Básica, graduação e pós-graduação.

Maria do Carmo de Sousa

Maria Lucia Panossian

Wellington Lima Cedro